

臺北市第 54 屆中小學科學展覽會
作品說明書封面

科 別： 物理

組 別： 國小組

作品名稱： 神奇的麥克納姆輪

關 鍵 詞： 力學向量圖、麥克納姆輪、輪型機器人

編 號：

神奇的麥克納姆輪

摘要

輪型機器人是目前人工智慧應用使用最為普遍之移動裝置之一，本研究透過合力分力實驗與力學向量圖分析，實際組合一台輪型機器人了解四顆麥克納姆輪如何實現八方位移動及原地迴轉之功能。

壹、 研究動機

四年級自然課本運輸工具與能源章節中所介紹的運輸工具都是輪子前後轉動車子前後移動，而麥克納姆輪的四個輪子前後轉動輪型機器人卻能往左右移動，這讓我覺得很好奇，所以想研究麥克納姆輪如何能實現八方位移動及原地迴轉之功能。

貳、 研究目的

麥克納姆輪在中心輪圓周方向布置一圈獨立傾斜角度(45°)的行星輪，這些角度的行星輪把中心輪的轉動力量分解成水平和垂直兩個方向，期望了解麥克納姆輪移動及迴轉原理，讓輪型機器人可依據不同任務狀況選擇移動及迴轉控制方式，設計出更靈活的機器人。

參、 研究設備及器材

一、合力分力實驗

合力分力盤 x 1 台



圓規及尺 x 1



50 公克砝碼 x 15 個



二、麥克納姆輪

麥克納姆輪 x 4 個



側視圖



正視圖

三、輪型機器人

馬達及減速機 x 4 組



控制按鈕 x 2 個



(前視圖) (後視圖)

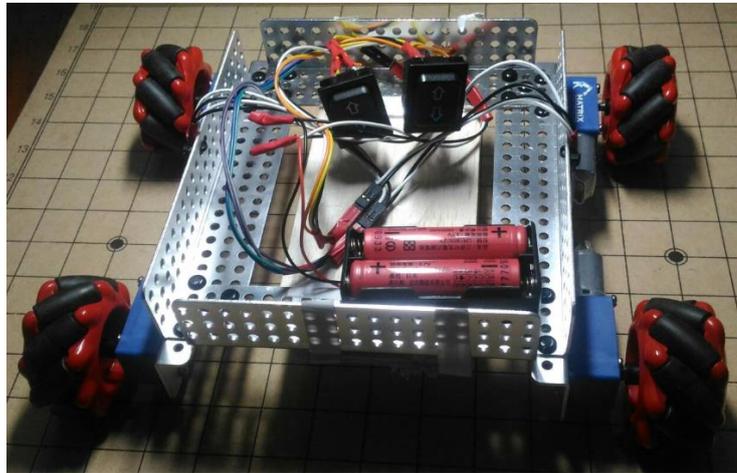
3.7 V 電池 x 2 個及電池盒



三用電表 x 1 個



輪型機器人



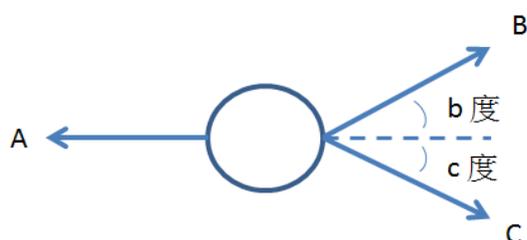
肆、研究過程及方法

一、合力分力實驗與力學向量圖

(一)實驗設計

合力分力實驗設計如圖一所示， b 與 c 之角度分別為 0 度、 30 度及 45 度，其中 45 度為麥克納姆輪之狀況，實驗步驟如下：

1. 在合分力盤相對刻度上分別裝上滑輪，然後在滑輪上掛上線及砝碼承板。
2. 分別在砝碼承板上放上不同數量之砝碼，觀察其平衡狀況。



圖一、合力分力實驗設計

(二) $b=0$ 度 $c=0$ 度、實驗結果分析

在合分力盤 0 度及 180 度上分別裝上滑輪，然後在 A 、 B 和 C 分別放上砝碼，獲得表一實驗結果。

表一、 $b=0$ 度 $c=0$ 度、實驗結果

夾角 b (度)	夾角 c (度)	力量 A (克)	力量 B (克)	力量 C (克)	平衡狀況
0	0	50	50	50	不平衡
0	0	100	50	50	平衡
0	0	200	100	50	不平衡
0	0	200	100	100	平衡

從實驗結果可知力量 A 與 $B+C$ 力量和相同時系統可以平衡，如圖二所示可歸納出兩種狀況，分別為「 0 度之力量可以相加」和「 180 度之力量可以相減」。



圖二、 $b=0$ 度 $c=0$ 度之系統平衡向量圖

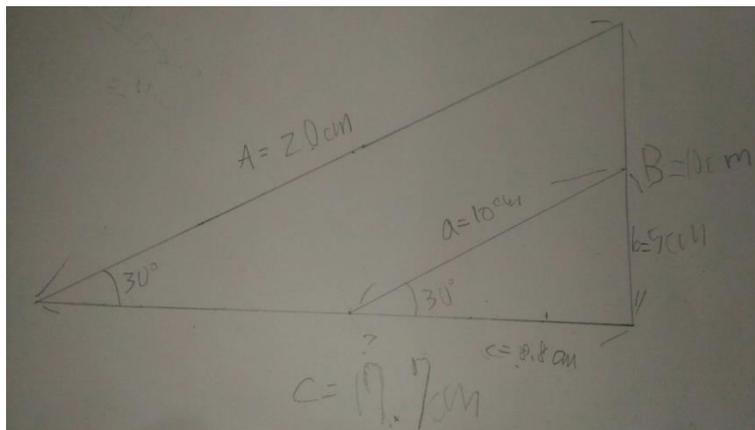
(三) $b=30$ 度 $c=30$ 度、實驗結果分析

在合分力盤 0 度、 $150(=180-30)$ 度及 $210(=180+30)$ 度上分別裝上滑輪，然後在 A, B 和 C 分別放上砝碼獲得實驗數據，如表二所示。

表二、 $b=30$ 度 $c=30$ 度、實驗結果

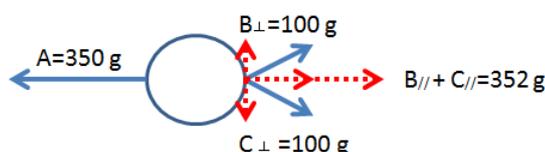
夾角 b (度)	夾角 c (度)	力量 A(克)	力量 B(克)	力量 C(克)	平衡狀況
30	30	350	200	200	平衡
30	30	400	250	250	不平衡
30	30	500	300	300	不平衡
30	30	600	350	350	平衡

使用三年級上學期數學第 10 單元之圓和角之作圖法，實際量測 $30-60-90$ 度之三角形邊長，分別為 $A=20\text{cm}$ 、 $B=10\text{cm}$ 、 $C=17.7\text{cm}$ 、 $a=10\text{cm}$ 、 $b=5\text{cm}$ 及 $c=8.8\text{cm}$ ，如圖三所示。



圖三、作圖法實際量測 $30-60-90$ 度三角形之邊長

從比例縮放的概念，其水平比率 $C/A = 17.7\text{cm}/20\text{cm} = 0.885$ 及 $c/a = 8.8\text{cm}/10\text{cm} = 0.88$ ，可近似獲得水平比率大約為 0.88。垂直比率 $B/A = 10\text{cm}/20\text{cm} = 0.5$ 及 $b/a = 5\text{cm}/10\text{cm} = 0.5$ ，可獲得垂直比率為 0.5。所以 B 之垂直分力為 $200\text{g} \times 0.5 = 100\text{g}$ ，C 之垂直分力為 $200\text{g} \times 0.5 = 100\text{g}$ ，不同方向互相抵消。B 之水平分力為 $200\text{g} \times 0.88 = 176\text{g}$ ，C 之水平分力為 $200\text{g} \times 0.88 = 176\text{g}$ ，同方向可相加獲得 $352\text{g} (=176 \times 2)$ ，系統平衡向量圖如圖四所示，其中 \perp 與 \parallel 分別表示垂直分力與水平分力。



圖四、 $b=30$ 度 $c=30$ 度之系統平衡向量圖

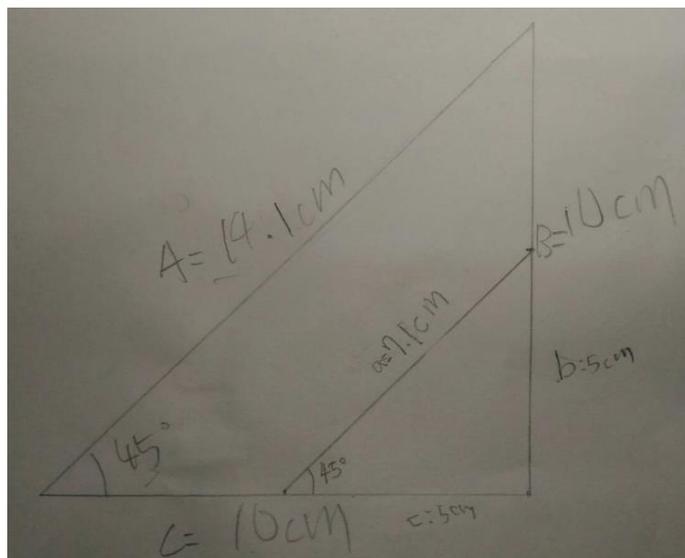
(四) $b=45$ 度 $c=45$ 度、實驗結果分析

在合分力盤 0 度、 $135(=180-45)$ 度及 $225(=180+45)$ 度上分別裝上滑輪，然後在 A、B 和 C 分別放上砝碼獲得平衡數據，如表三所示。

表三、 $b=45$ 度 $c=45$ 度、實驗結果

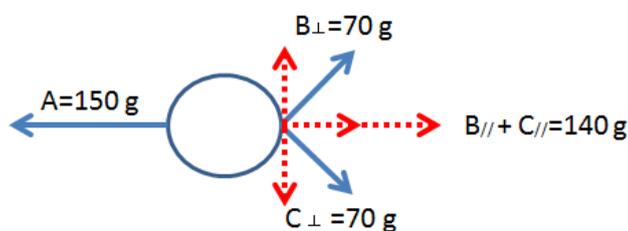
夾角 b (度)	夾角 c (度)	力量 A(克)	力量 B(克)	力量 C(克)	平衡狀況
45	45	150	100	100	平衡
45	45	200	150	150	平衡
45	45	300	200	200	不平衡
45	45	400	250	250	不平衡

利用作圖法實際量測 $45-45-90$ 度三角形之邊長，可近似獲得 $A=14.2\text{cm}$ 、 $B=10\text{cm}$ 、 $C=10\text{cm}$ 、 $a=7.3\text{cm}$ 、 $b=5\text{cm}$ 及 $c=5\text{cm}$ ，如圖五所示。從比例縮放的概念，其水平比率 $C/A = 10\text{cm}/14.1\text{cm} = 0.7$ 及 $c/a = 5\text{cm}/7.1\text{cm} = 0.7$ ，可知水平比率大約為 0.7。垂直比率 $B/A = 10\text{cm}/14.1\text{cm} = 0.7$ 及 $b/a = 5\text{cm}/7.1\text{cm} = 0.7$ ，可知垂直比率也約為 0.7。



圖五、作圖法實際量測 45-45-90 度三角形之邊長

所以 B 之垂直分力為 $100\text{ g} \times 0.7 = 70\text{ g}$ ，C 之垂直分力為 $100\text{ g} \times 0.7 = 70\text{ g}$ ，不同方向互相抵消。B 之水平分力為 $100\text{ g} \times 0.7 = 70\text{ g}$ ，C 之水平分力為 $100\text{ g} \times 0.7 = 70\text{ g}$ ，同方向可相加獲得 $140\text{ g} (=70 \times 2)$ ，系統平衡向量圖如圖六，其中 \perp 與 $//$ 分別表示垂直分力與水平分力。

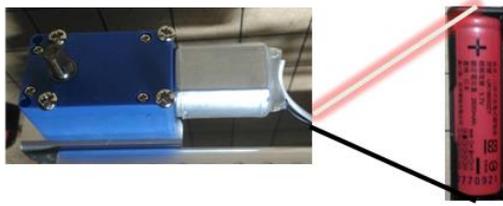


圖六、 $b=45$ 度 $c=45$ 度之系統平衡向量圖

二、馬達正轉與反轉實驗

(一)馬達正轉

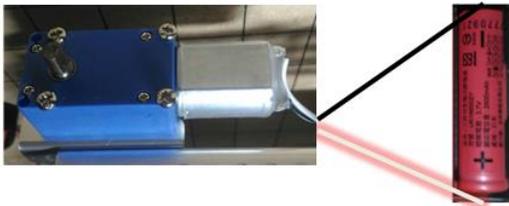
將馬達白線接於電池正極(+)，馬達黑線接於電池負極(-)，如圖七所示，我們定義此時馬達 (或是麥克納姆輪)轉動方向為正轉。



圖七、馬達正轉方向

(二)馬達反轉

將馬達白線接於電池負極(-)，馬達黑線接於電池正極(+)，如圖八所示，我們定義此時馬達 (或是麥克納姆輪)轉動方向為反轉。



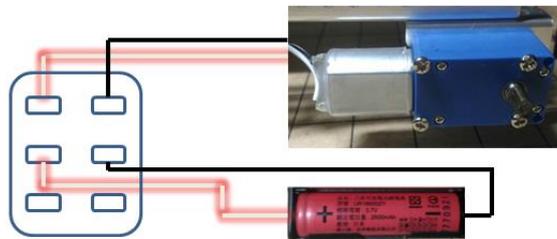
圖八、馬達反轉方向

三、按鈕導通狀態實驗

為了控制輪型機器人移動，我們利用按鈕設計控制馬達的三種狀態，分別為正轉、反轉及停止。

(一)按鈕不按壓時，馬達停止轉動

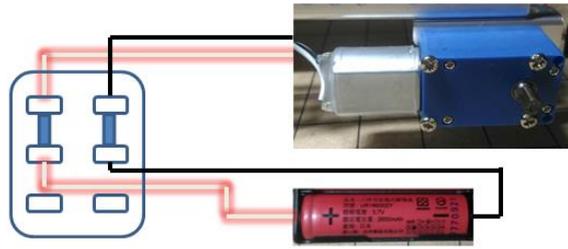
按鈕不按壓時使用三用電表量測接點，此時電路不導通馬達停止轉動，如圖九所示。



圖九、按鈕不按壓馬達停止轉動

(二)按鈕下壓時，馬達正轉

按鈕下壓時使用三用電表量測藍色接點導通，此時電路為圖七之接法，馬達正轉如圖十所示。



圖十、按鈕下壓馬達正轉

(三)按鈕上壓時，馬達反轉

按鈕上壓時使用三用電表量測藍色接點導通，透過跳接線此時電路即為圖八之接法，馬達反轉如圖十一所示。



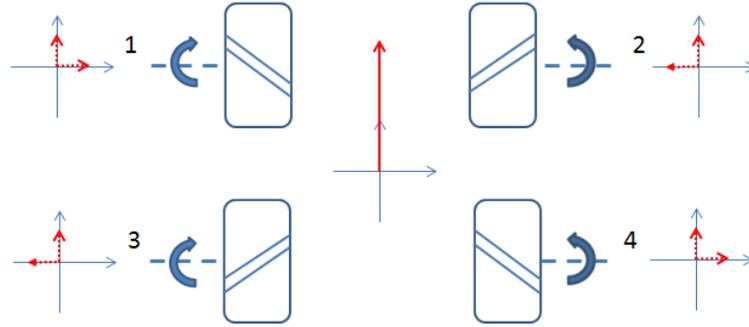
圖十一、按鈕上壓馬達反轉

四、麥克納姆輪之力學向量圖分析

輪型機器人由四顆麥克納姆輪組合其往前、往左、右上、右下及原地迴轉之向量圖分析如下所示，其斜線表示麥克納姆輪之行星輪與地面之 45 度接觸方向。

(一)車體往前移動

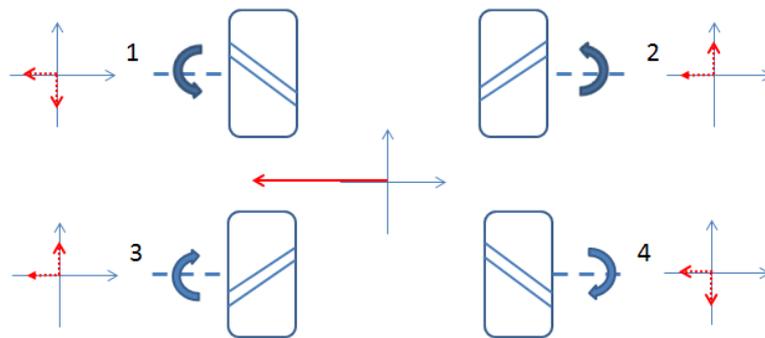
從各輪子力圖來看，1 號輪往右與 2 號輪往左的力量互相抵消，3 號輪往左與 4 號往右的力量抵消，最後車體力獲得 4 倍往前移動力量。



圖十二、車體往前移動之力學向量圖

(二)車體往左移動

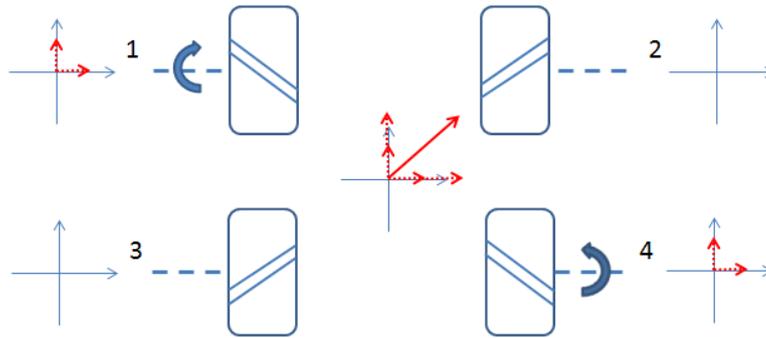
從各輪子力圖來看，1 號輪往後與 3 號輪往前的力量互相抵消，2 號輪往前與 4 號輪往後的力量抵消，最後車體獲得 4 倍往左移動的力量。



圖十三、車體往左之力學向量圖

(三)車體右上移動

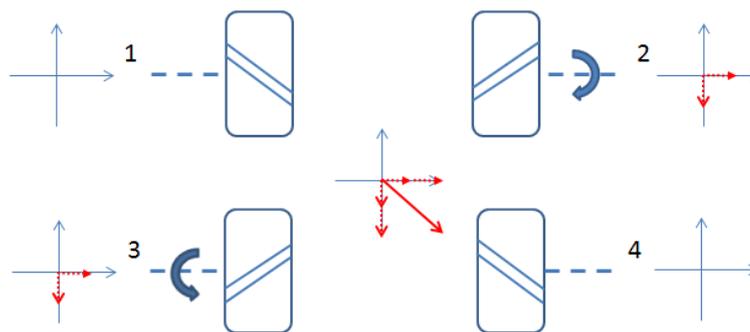
從各輪子力圖來看，1 號輪與 4 號輪相同往前又往右，2 號輪與 3 號輪不轉動，最後車體獲得往右上方移動的力量。



圖十四、車體右上移動之力學向量圖

(四)車體右下移動

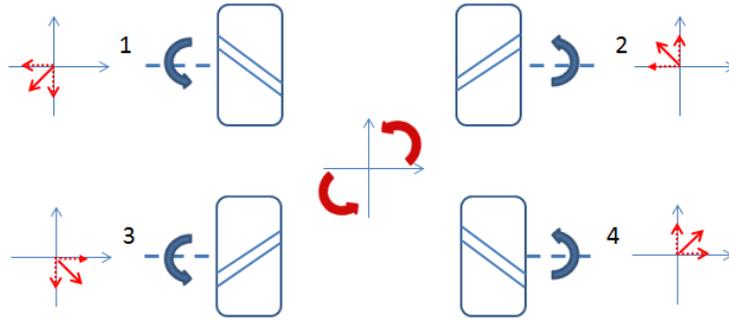
從各輪子力圖來看，2 號輪與 3 號輪相同往後又往右，1 號輪與 4 號輪不轉動，最後車體獲得往右下方移動的力量。



圖十五、車體右下移動之力學向量圖

(五)原地迴轉(逆時針)

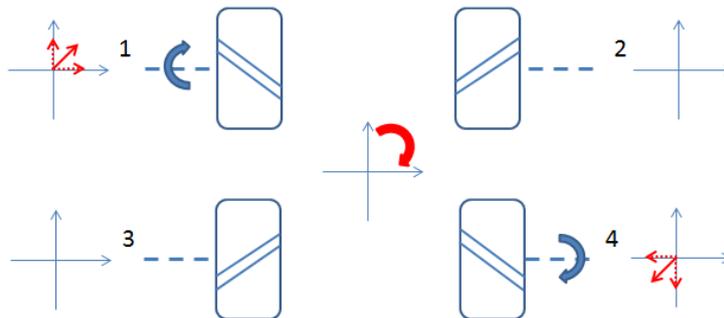
從各輪子力圖來看，1 號輪與 4 號輪之合力抵銷，2 號輪與 3 號輪之合力抵銷，車體之合力為零，但以中心點來看卻產生 4 倍逆時針旋轉之力矩。



圖十六、車體原地迴轉(逆時針)

(六)原地迴轉(順時針)

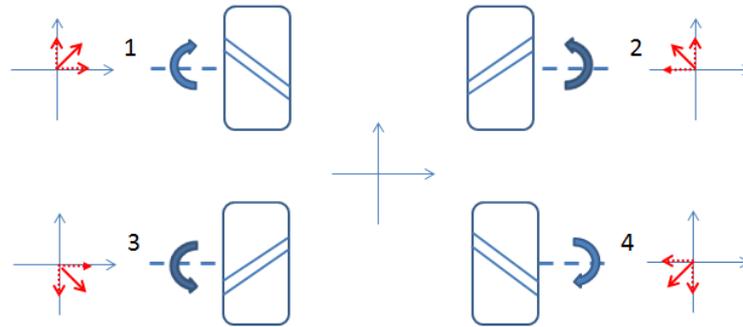
從各輪子力圖來看，1 號輪與 4 號輪之合力抵銷，2 號輪與 3 號輪不轉動，車體之合力為零，但以中心點來看卻產生 2 倍順時針旋轉之力矩。



圖十七、車體原地迴轉(順時針)

(七)原地不動

從各輪子力圖來看，車體之合力為零旋轉力矩也為零，四輪皆轉動但車體不動。



圖十八、四輪轉動車體不動

伍、 研究結果

本研究將 1 與 4 號輪線路並接，2 與 3 號輪線路並接，實現以兩個按鈕控制輪型機器人往前、後、左、右、左上、右下、右上及左下等八方位之移動功能，透過力學向量圖分析可知輪型機器人往合力方向移動。而合力為零不代表輪型機器人靜止不動，從原地迴轉力學向量圖分析可知輪型機器人之合力為零，卻產生以中心為原點之旋轉力矩，最後為了驗證合力為零力矩也為零的狀況，設計一個四輪轉動輪型機器人靜止不動之力學向量圖，觀察結果出乎意料車體呈現不規則跳動狀況，八方位移動功能研究結果可參考連結 <https://youtu.be/s7kUvqttOik>。

陸、 討論

一、麥克納姆輪轉動方向修正

圖七與圖八所定義之馬達正反轉只是利於說明按鈕導通實驗，實務上 1 與 4 號輪或 2 與 3 號輪線路並接時只需對調錯誤輪子線路就可達成兩個麥克納姆輪轉動方向一致。

二、實驗誤差

圖四 30 度合力分力實驗結果系統平衡向量圖之水平分力分別為 350g 與 352g，圖六 45 度之系統向量圖水平分力分別為 150g 與 140g，並未達到平衡，但合分力盤之

中心鐵圈卻已不移動，這是由於作圖法誤差、實驗誤差及靜摩擦力所造成。

三、依任務選擇最佳控制方式

從實驗可知原地迴轉可依輪型機器人之任務選擇使用圖十六之快速旋轉或圖十七較為穩定之慢速旋轉控制方法，而更有效率的原地迴轉可使用全向輪達成，其原理同本研究之力學向量圖。

四、車體跳動

圖十八之力學向量圖分析車體之合力為零旋轉力矩也為零，理論上車體不動，但從實驗觀察發現車體是無法預測的跳動狀況，這是由於電池驅動 4 顆麥克納姆輪之能量由於地面摩擦力之不同而轉為車體之跳動。

五、麥克納姆輪之優缺點

麥克納姆輪靠傾斜角度(45°)的行星輪與地面之摩擦力移動，其優點是車體可以直接平移或迴轉，克服空間狹小的限制，但當地面崎嶇不平時麥克納姆輪無法順利運作，另外行星輪因摩擦耗損壽命不長這些是其缺點。

柒、 結論

麥克納姆輪靠傾斜角度(45°)的行星輪與地面之摩擦力實現全方位移動功能，其合力決定了輪型機器人的移動方向，其力矩決定輪型機器人的轉動方向。透過改變每個輪子的轉速和方向，可實現前進、後退、斜行、左右移動及原地迴轉等全方位移動功能。本研究使用到相似三角形、力學向量圖及旋轉等概念為後續國高中課程，輪型機器人進階控制是我後續想進一步學習的主題。

捌、 參考文獻資料

- [1] 維基百科：麥卡納姆輪 (2021 年 3 月 1 日) 。取自
<https://zh.wikipedia.org/wiki/%E9%BA%A6%E5%8D%A1%E7%BA%B3%E5%A7%86%E8%BD%AE>
- [2] 2020 電腦鼠暨智慧輪型機器人競賽 (2020 年 10 月 1 日) 。取自
<https://sites.google.com/gm.lhu.edu.tw/2020tmirc/Home>
- [3] 全向輪(omni wheels) (2021 年 1 月 21 日) 。取自
<https://mobilerobotkit.com/omni-wheels.html>